2º medio

Aprendo
sin parar

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 9

Matemática

Ministerio de Educación
Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Clase
9

Inicio

En esta sesión comprenderás el concepto de raíz enésima, y algunas de sus propiedades, relacionándolas con las potencias y las raíces cuadradas.

¡Recuerda!

Recuerda que, al calcular el valor de una potencia de exponente natural, para determinar su signo se tiene que:

- Si la base de la potencia es positiva, el valor de la potencia será positivo.
- Si la base de la potencia es negativa, el valor de la potencia será:
  - **Positivo,** si el exponente es par
  - **Negativo**, si el exponente es impar.

Lee comprensivamente y realiza las actividades del taller de la página 40 de tu texto. Considera los siguientes aspectos.

- Para el punto 1, la expresión $\sqrt[3]{x}$ se lee "raíz cúbica de x". $\sqrt{x}$ corresponde a la "raíz cuadrada de x" ya que, dada el área x de un cuadrado, permite calcular la medida de su lado. ¿A qué puede corresponder la raíz cúbica?
- Para el punto 2, considera el valor de $\sqrt[3]{-8}$. ¿Qué debe ocurrir al multiplicarlo 3 veces por sí mismo? Relaciona con lo visto en la sección Recuerdo.
- Para el punto 7, separa los casos en que se trata de raíces de índice par e impar.

Resuelve el ejercicio 1 de la página 41 de tu texto.

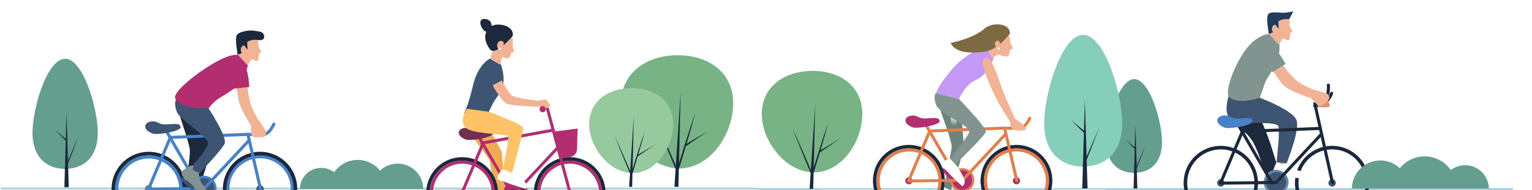
- Para el punto a. ¿qué operación similar con raíces cuadradas utilizaste? Explícalo en este caso.
- Aplica el método explicado para resolver los siguientes puntos.

Cierre

Vamos concluyendo. Lee el primer punto del resumen de la página 43 de tu texto. A partir de ello explica con tus palabras

- ¿Qué es una raíz enésima? Da dos ejemplos diferentes.
- ¿Qué raíces enésimas no pueden calcularse? ¿Por qué?
- ¿Qué casos se deben considerar respecto del signo de una raíz enésima? Da dos ejemplos en cada caso para explicarlo.

Escribe un resumen de las propiedades de logaritmos que has visto hasta ahora. Expresa cada una en forma algebraica y con palabras.



2º medio

Texto escolar

Matemática

Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Tema 1: ¿Cuáles son las raíces enésimas?

¿Qué aprenderé?

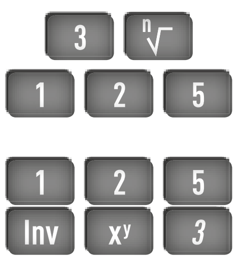
A reconocer la raíz enésima y comprender su relación con las potencias.

¿Para qué?

Para comprender la notación de la raíz enésima y utilizar su relación con las potencias para resolver problemas de las ciencias y la vida diaria.

Ayuda

Las calculadoras científicas no siempre incluyen una tecla para calcular raíces cúbicas. Por ejemplo, para calcular $\sqrt[3]{125}$ se puede digitar de las siguientes formas, según el modelo:



En el segundo caso, se utiliza la raíz como la inversa de la potencia.

Glosario

Raíz enésima: cantidad que considerada n veces como factor da una cantidad determinada.

- Por lo general, en la raíz de índice 2 este valor se omite: $\sqrt[2]{a} = \sqrt{a}$.
- Los nombres de algunas raíces son:

$\sqrt{a}$: raíz cuadrada de *a*.
$\sqrt[3]{a}$: raíz cúbica de *a*.
$\sqrt[4]{a}$: raíz cuarta de *a*.
$\sqrt[5]{a}$: raíz quinta de *a*.

Actividad en pareja

Taller

Materiales

✓ Calculadora científica

1. Busquen en la calculadora la tecla $\sqrt[3]{x}$, investiguen qué es lo que hace y escriban su conclusión.

2. Usando la calculadora, calculen las siguientes raíces. ¿Qué pueden observar?

$\sqrt[3]{8}$ $\sqrt[3]{-8}$ $\sqrt[3]{125}$ $\sqrt[3]{-125}$ $\sqrt[3]{343}$ $\sqrt[3]{-343}$ $\sqrt[3]{512}$ $\sqrt[3]{-512}$

3. Calculen $\sqrt[3]{7}$ y anoten su resultado con 8 cifras decimales. ____

4. Borren la pantalla, escriban el número anterior y elévenlo al cubo.

   a. ¿Qué número esperan que resulte? ____

   b. ¿Cuál es el resultado? ____

   c. ¿Por qué creen que ocurre esto?

5. Investiguen ahora qué hace la tecla $\sqrt[y]{x}$, para distintos valores de x, primero usando $y = 4$ y luego usando $y = 5$. ¿Qué pueden concluir?

6. Calculen el valor de cada **raíz enésima**. ¿Qué ocurre?

$\sqrt[4]{-32}$ $\sqrt[5]{243}$ $\sqrt[5]{-243}$ $\sqrt[6]{216}$ $\sqrt[6]{-216}$ $\sqrt[7]{2187}$ $\sqrt[7]{-2187}$

7. ¿Hay valores para los cuales no existan resultados? Expliquen.

Usa calculadora
Para explorar

	Individualmente	Grupalmente
¿Cómo trabajé el taller?		
¿Cómo trabajó mi compañero(a) el taller?		

Actividades de proceso

1. Aplica la factorización de cada cantidad subradical y extrae sus factores. Completa cuando corresponda.

a. $\sqrt[3]{320} = \sqrt[3]{64 \cdot 5} = \sqrt[3]{4^3 \cdot 5} =$

b. $\sqrt[4]{112} = \sqrt[4]{16 \cdot 7} =$

c. $\sqrt[5]{7776} = \sqrt[5]{32 \cdot 243} =$

d. $\sqrt[3]{\frac{24}{125}} = \sqrt[3]{\frac{8}{125} \cdot 3} =$

e. $\sqrt[4]{0,0081} = \sqrt[4]{\frac{81}{10\,000}} =$

2. Calcula las siguientes operaciones y responde.

a. $7\sqrt[3]{135} - 2\sqrt[3]{40}$

$= 7\sqrt[3]{27 \cdot 5} - 2\sqrt[3]{8 \cdot 5}$

$= 7 \cdot 3\sqrt[3]{5} - 2 \cdot 2\sqrt[3]{5}$

b. $\sqrt[4]{48} + \sqrt[4]{162} - \sqrt[4]{625}$

$= \sqrt[4]{16 \cdot 3} + \sqrt[4]{81 \cdot 2} - 5 =$

¿Siempre es posible sumar raíces con el mismo índice?

____

3. ¿Es verdadero que $\sqrt[3]{-9} \cdot \sqrt[3]{-3} = \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[3]{3}$?, ¿y que $\sqrt[4]{8} \cdot \sqrt[4]{2} = \sqrt[4]{-8} \cdot \sqrt[4]{-2}$? Justifica.

Herramientas tecnológicas

¿Cómo lo resuelve la calculadora?

Para operar con las raíces enésimas en calculadoras y computadores, se usa el llamado algoritmo de Newton - Raphson, que plantea lo siguiente:

Si x es una aproximación de $\sqrt[n]{a}$, $x - \dfrac{x^n - a}{n \cdot x^{n-1}}$ es una aproximación aún mejor.

1. ¿Cómo podrías lograr, de manera rápida, una primera "buena" aproximación para $\sqrt[5]{20}$, por ejemplo?

2. Verifica este algoritmo con una planilla de cálculo, aplicando los siguientes pasos:

PASO 1 En la celda A1, escribe la cantidad subradical de la raíz que se calculará.

PASO 2 En la celda A2, escribe el índice de la raíz que se calculará.

PASO 3 En la celda A3, escribe una aproximación inicial.

PASO 4 En la celda A4, escribe, sin espacios, la fórmula
=A3-(POTENCIA(A3;A$2)-A$1)/(A$2*POTENCIA(A3;A$2-1))

PASO 5 Selecciona y arrastra hacia abajo la celda A4 para copiarla en las celdas bajo ella. Procura que se copie al menos hasta la celda A10.

3. Modifica los valores de las celdas A1, A2 y A3 a tu elección. ¿Se obtienen buenas aproximaciones?, ¿cómo podrías comprobarlas?

Cuaderno página 21

En resumen

- A partir del concepto de las raíces cuadradas y sus propiedades, se extiende la noción a potencias de mayores exponentes. En general, si $y = x^n$, con x e y números reales y n un número natural mayor que 1, se dice que x es la raíz enésima de y:

$$y = x^n \leftrightarrow \sqrt[n]{y} = x$$

  En esta expresión, a y se le llama cantidad subradical y a n, el índice de la raíz. En el caso de que n sea par, x existe solo si $y > 0$.
  Propiedades:

$$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab} \qquad \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a:b}, \text{ con } b \neq 0$$

$$a\sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}, \text{ con } a, b \in \mathbb{R}. \text{ Cuando } n \text{ es par, } a, b \in \mathbb{R}^+$$

- Dada una expresión fraccionaria que contiene una o más raíces enésimas no exactas en su denominador, racionalizar la expresión es transformarla de modo que no posea raíces en el denominador, sin cambiar su valor. Para esto, se amplifica por una expresión tal que se elimine la o las raíces del denominador, por ejemplo:

$$\frac{a}{\sqrt[n]{b^x}} \cdot \frac{\sqrt[n]{b^{n-x}}}{\sqrt[n]{b^{n-x}}} = \frac{a\sqrt[n]{b^{n-x}}}{b}, \text{ con } a, b \in \mathbb{R}, b \neq 0 \text{ (si } n \text{ es par, } b \in \mathbb{R}^+\text{) y } x \in \mathbb{N}$$