

2°  
medio

# Aprendo sin parar

Orientaciones para el trabajo  
con el texto escolar

Clase 2

Matemática



## Inicio

Ya has recordado una propiedad fundamental de los números racionales: todo número decimal, ya sea finito, infinito periódico o semiperiódico se puede expresar como fracción. Comenzaremos ahora observando algunas características de esta representación que son fundamentales para comprender su diferencia con los números irracionales.

## Desarrollo



¡Recuerda!

- Toda fracción puede expresarse en forma irreductible, de modo que no haya divisores comunes para su numerador y denominador.

**Ejemplo:**  $8,25 = \frac{825}{100}$   $\longrightarrow$  No es una fracción irreductible, 825 y 100 tienen como factor común a 5 y 25.

Dividimos ambos números por 25, simplificando la fracción:

$$\frac{825 : 25}{100 : 25} = \frac{33}{4} \longrightarrow 33 \text{ y } 4 \text{ no tienen más divisores comunes.}$$

Por lo tanto, decimos que  $\frac{33}{4}$  es una fracción **irreductible**.



¡Recuerda!

- Todo número racional puede expresarse como fracción irreductible
- Si el denominador de la fracción es 1, se trata de un número entero.



Analiza la demostración de la irracionalidad de  $\sqrt{2}$  dada en la **página 19**. Subraya las partes que no entiendas

- ¿Puede ser  $\frac{a}{b}$  un número entero? ¿Por qué?
- ¿Es posible simplificar el producto  $\frac{a}{b} \cdot \frac{a}{b}$ ? ¿Por qué?
- Explica por qué, si la raíz de un número entero no es entera, es irracional.

Completa la tabla del ejercicio 1, **página 20**.



Lee el recuadro “En resumen” que está en la **página 19** del texto y reproduclo en tu cuaderno, con tus propias palabras.



Utilizando una calculadora, verifica qué ocurre con las raíces cuadradas de los números naturales, de 1 a 30. Completa el siguiente listado de raíces aproximando a la centésima:

Raíz	Aproximación o valor	Raíz	Aproximación o valor
$\sqrt{1}$		$\sqrt{16}$	
$\sqrt{2}$		$\sqrt{17}$	
$\sqrt{3}$		$\sqrt{18}$	
$\sqrt{4}$		$\sqrt{19}$	
$\sqrt{5}$		$\sqrt{20}$	
$\sqrt{6}$		$\sqrt{21}$	
$\sqrt{7}$		$\sqrt{22}$	
$\sqrt{8}$		$\sqrt{23}$	
$\sqrt{9}$		$\sqrt{24}$	
$\sqrt{10}$		$\sqrt{25}$	
$\sqrt{11}$		$\sqrt{26}$	
$\sqrt{12}$		$\sqrt{27}$	
$\sqrt{13}$		$\sqrt{28}$	
$\sqrt{14}$		$\sqrt{29}$	
$\sqrt{15}$		$\sqrt{30}$	

## Cierre

Vamos concluyendo:

- ¿Qué caracteriza a los números irracionales? ¿Qué los diferencia de los racionales? Responde en tu cuaderno: ¿por qué es necesario expresar como fracción los decimales infinitos al realizar operaciones?
- ¿Habrá números irracionales que no sean provenientes de las raíces cuadradas? ¿Conoces alguno? Escríbelo.

### Próxima clase:

- Te invitamos a seguir en la siguiente sesión con tu texto del estudiante, conocerás las propiedades de las operaciones con números irracionales y cómo ello nos permite determinar a qué conjunto pertenece el resultado de una operación.

2º  
medio

# Texto escolar

## Matemática

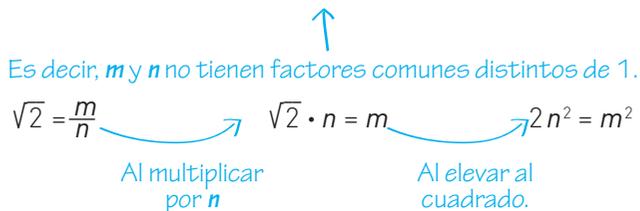
Unidad

1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

## Comprendo la demostración

Para determinar que  $\sqrt{2}$  es un **número irracional**, utilizamos una demostración por **reducción al absurdo**. Supongamos que  $\sqrt{2}$  es un número racional. Luego, se podría escribir  $\sqrt{2}$  como una fracción irreducible  $\frac{m}{n}$ , con  $m, n \in \mathbb{N}$ .



Entonces, 2 divide necesariamente a  $m^2$ , y como 2 es un número primo, también divide a  $m$ , por lo tanto  $m^2$  es múltiplo de 4, o sea que para algún número natural  $k$  se cumple que  $m^2 = 4k$ .

$$2n^2 = m^2 = 4k \quad \rightarrow \quad \text{Porque } 2n^2 = m^2 \text{ y también } m^2 = 4k.$$

$$n^2 = 2k \quad \rightarrow \quad \text{Dividiendo por 2.}$$

Es decir, necesariamente 2 divide a  $n^2$ , y como es número primo, 2 divide también a  $n$ .

Pero entonces se acaba de demostrar que 2 divide a  $m$  y a  $n$ , los que por hipótesis no tenían factores comunes. Esta es una contradicción. Por lo tanto, la suposición de que  $\sqrt{2}$  es un número racional es imposible. Así, queda demostrado que  $\sqrt{2}$  es un número irracional.

### Glosario

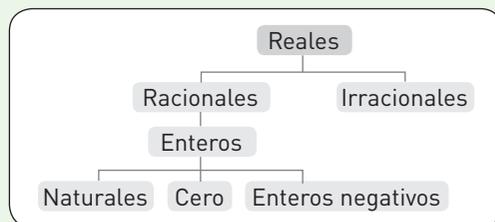
**Número irracional:** No puede representarse como el cociente entre dos números enteros, con divisor diferente de cero. Escrito en forma decimal, es infinito y no tiene período.

El método de demostración conocido como **reducción al absurdo** consiste en suponer lo contrario a lo que se desea demostrar para llegar a una contradicción.

## En resumen

El conjunto de los **números racionales** ( $\mathbb{Q}$ ) está formado por todos los números que pueden representarse como el cociente entre dos números enteros, con divisor diferente de cero. Su representación decimal puede ser finita, infinita periódica o infinita semiperiódica. Pero existen números que no pueden representarse como fracción, y su representación decimal infinita es no periódica. Estos conforman el conjunto de los **números irracionales** ( $\mathbb{I}$ ).

El conjunto de los **números reales** ( $\mathbb{R}$ ) incluye los números racionales ( $\mathbb{Q}$ ) y los números irracionales ( $\mathbb{I}$ ). Es decir:  $\mathbb{R} = \mathbb{Q} \cup \mathbb{I}$ .



Los conjuntos  $\mathbb{Q}$  y  $\mathbb{I}$  son disjuntos, es decir, no existe un número real que sea racional e irracional simultáneamente.

El conjunto de los números reales, con la adición y la multiplicación, cumple las propiedades de clausura, conmutatividad, asociatividad, distributividad de la multiplicación respecto de la adición, existencia del elemento neutro para la adición y para la multiplicación, así como del elemento opuesto aditivo y el inverso multiplicativo.

¿A que se refieren estas propiedades?  
Explícalas dando un ejemplo de cada una.

## Actividades de práctica

1. Identifica si cada número pertenece ( $\in$ ) o no pertenece ( $\notin$ ) al conjunto dado.

	N	Z	Q	I
21				
3,14				
- 256898				
$\sqrt{144}$				
$\sqrt{35}$				
$-\sqrt{49}$				
- 29,1				
12,7639876				
$\sqrt{3}$				

2. Resuelve las operaciones y clasifica los números en racionales o irracionales.

a.  $\frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{5}$

b.  $(\sqrt{3})^{-2}$

c.  $\frac{\sqrt{29 - \sqrt{16}}}{\sqrt{9}}$

d.  $1 + \sqrt{121}$

e.  $(\sqrt{5} - 1)^2$

3. Expresa los siguientes números decimales como fracción.

a. 6,2

b. 4,38

c. 2,552

d. 7,9913

e.  $0,\overline{51}$

f.  $0,\overline{025}$

g.  $0,4\overline{26}$

h.  $2,4\overline{35}$