3° medio

Aprendo sin parar

Orientaciones para el trabajo con el texto escolar

Clase 3

Matemática

Ministerio de Educación

Gobierno de Chile

UNIDAD DE CURRÍCULUM Y EVALUACIÓN UCE

Clase
3

Inicio

¡Comencemos con la CLASE 3 recordando lo que hemos aprendido en las clases anteriores! Particularmente recordemos la DESVIACIÓN MEDIA para datos no agrupados para el caso de Daniela y Bárbara, esto te ayudará para comprender la VARIANZA y LA DESVIACIÓN ESTÁNDAR.

Desarrollo

Anda a la página 11 y 12 del texto y recuerda el caso de Daniela y Bárbara.

	Daniela	Daniela
Promedio	63,4 s	63,4 s
Desviación media	2,72	5,52

- El entrenador podría elegir a Daniela, y su argumento podría ser que Daniela tiene una DESVIACIÓN MEDIA que es menor a la de Bárbara. Pero quiere estar seguro de que este es un buen criterio y encontrar otros valores que avalen su toma de decisión. Para esto, el entrenador calcula la VARIANZA y la DESVIACIÓN ESTÁNDAR, cálculo que se muestra en la página 13 del texto.

Observa el cálculo de la VARIANZA y DESVIACIÓN ESTÁNDAR que se hace en la página 13 para el caso de Daniela. Calcula la VARIANZA y DESVIACIÓN ESTÁNDAR de los tiempos de Bárbara, ejercicios a., b., c., y d. de la página 13 del texto.

Apóyate de la calculadora para hacer tus ejercicios.

¡Ayuda!

- Realiza el paso 1 de Daniela para encontrar la VARIANZA de los datos de Bárbara.
- Realiza el paso 2 de Daniela para encontrar la DESVIACIÓN ESTÁNDAR de los datos de Bárbara.
- La desviación estándar es la raíz cuadrada de la varianza.

Anota lo siguiente en tu cuaderno:

La DESVIACIÓN ESTÁNDAR , anotada por σ ,EXPRESA LO DISPERSO QUE ES EL CONJUNTO. UTILIZA LA MISMA UNIDAD QUE LA VARIABLE.

Revisa este cálculo de la VARIANZA y la DESVIACIÓN ESTANDAR, de la edad en años del grupo de 10 personas (ejercicio 1, página 10 del texto):

Datos: 10 - 18 - 20 - 21 - 23 - 25 - 34 - 43 - 44 - 44

$\bar{x} = 28{,}2$

Paso 1: Calcular la media de los cuadrados de las diferencias entre cada edad y el promedio

$$\sigma^2 = \frac{(10-28{,}2)^2 + (18-28{,}2)^2 + (20-28{,}2)^2 + (21-28{,}2)^2 + (23-28{,}2)^2 + (25-28{,}2)^2 + (34-28{,}2)^2 + (43-28{,}2)^2 + (44-28{,}2)^2 + (44-28{,}2)^2}{10}$$

$\sigma^2 = 133{,}58$ La VARIANZA es igual a 133,58

Paso 2: Calcular la raíz cuadrada

$\sqrt{\sigma^2} = \sigma = \sqrt{133{,}58} \cong 11{,}56$ La DESVIACIÓN ESTÁNDAR σ es igual a 11,56 años.

¿dirías que los datos están dispersos? Piensa en el caso en que la DESVIACIÓN ESTÁNDAR fuera de 1 año.

Cierre

Vamos concluyendo

- Anota en tu cuaderno todos los términos estadísticos que fueron trabajados.
- Responde a las siguientes preguntas y anota tu respuesta en tu cuaderno:
  a. ¿Qué decisión debió tomar el entrenador?
  b. ¿De qué te sirve la DESVIACIÓN ESTÁNDAR en el caso del ejercicio de los datos de los años de 10 personas?
  c. ¿Por qué interesa que los datos estén cerca del PROMEDIO?

Próxima clase:

- Te invitamos a seguir en la siguiente clase con tu texto del estudiante, seguiremos trabajando con la DESVIACIÓN ESTANDAR σ para el caso de datos agrupados.

3°
medio

Texto escolar

Matemática

Unidad
1

A continuación, puedes utilizar las páginas del texto escolar correspondientes a la clase.

Activo lo que sé

Realiza las siguientes actividades para activar tus conocimientos previos sobre la Unidad.

1. Calcula el promedio, la mediana y la moda de los siguientes datos.

Edad (en años) de un grupo de 10 personas

10 – 25 – 34 – 20 – 44 – 23 – 44 – 43 – 21 – 18

2. Calcula las medidas de tendencia central para los datos organizados en la siguiente tabla:

Masa corporal estudiantes de 1° medio	
Masa corporal (kg)	Frecuencia
[50, 55[	6
[55, 60[	13
[60, 65[	9
[65, 70[	8
[70, 75]	4

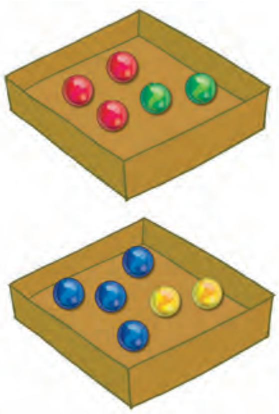
Educación Física y Salud

3. El promedio de estatura de 7 jugadores de un equipo de básquetbol es igual a la estatura del jugador de la imagen. Al ordenarlos del más alto al más bajo, cada uno mide 2 cm menos que el anterior. ¿Cuánto mide el más bajo?

4. Calcula e interpreta los cuartiles del siguiente conjunto de datos:

2	11	8	15	7	12	7	13	14	12	7	0
11	0	7	4	7	5	8	4	8	6	1	6

5. Lucía está remodelando su habitación. Para ello, pintará las paredes de verde, rosado o amarillo, la puerta café o blanca y colgará una copia de un cuadro de Picasso o Dalí. ¿De cuántas maneras diferentes puede remodelar su habitación realizando todos los cambios?



6. Se dispone de 2 cajas con fichas de colores, como muestra la figura, y se extrae al azar una ficha de cada una.
   a. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha roja y una azul?
   b. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha roja y una amarilla?
   c. ¿Cuál es la probabilidad de sacar una ficha verde y una no azul?

Reflexiono

- Con respecto a tu desempeño en esta evaluación, ¿qué te resultó más fácil y más difícil de responder?, ¿por qué?
- ¿Reconoces los contenidos trabajados?, ¿cuáles de ellos crees que debes repasar antes de continuar?

Lección 1

Toma de decisiones aplicando medidas de dispersión de datos

Medidas de dispersión

Objetivo: Analizar los datos de situaciones usando medidas de dispersión y tomar decisiones a partir de ello.

¿Cómo calculas el promedio o media aritmética de un conjunto de datos?

¿A qué piensas que se refiere el concepto de dispersión referido a un conjunto de datos?

1. Observa la siguiente situación. Luego, realiza las actividades.

El entrenador de un equipo de natación debe elegir su representante para la próxima competencia de 100 m en estilo libre. Para ello, cuenta con información consistente en el tiempo, en segundos, de las dos postulantes en las 5 últimas carreras en este estilo.

Competencias de Daniela	
N.° de carrera	Tiempo (s)
1	64
2	58
3	68
4	62
5	65

Competencias de Bárbara	
N.° de carrera	Tiempo (s)
1	69
2	63
3	65
4	50
5	70

a. ¿Cuál es el tiempo promedio de Daniela en las últimas 5 carreras de 100 m estilo libre?, ¿y el de Bárbara?

b. ¿Cómo son los promedios de Daniela y Bárbara?

c. ¿A quién debiera elegir el entrenador para participar en la competencia?, ¿por qué?

*La **media aritmética** de un conjunto de datos $\{x_1, x_2, \ldots, x_n\}$ es*

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \ldots + x_n}{n}$$

Las **medidas de dispersión** sirven para determinar si los datos se encuentran en torno a la media o si están muy dispersos. Para cuantificar la dispersión, estudiaremos las medidas más conocidas: el **rango**, la **desviación media**, la **varianza** y la **desviación estándar**.

El **rango** (R) corresponde a la diferencia entre el mayor y el menor de los datos de la distribución. Esta medida indica de alguna manera cuán dispersos están los datos de la distribución.

$$R = X_{máx} - X_{mín}$$

Por ejemplo: en el caso anterior, si se denotan por R_1 y R_2 los rangos de los tiempos de Daniela y Bárbara respectivamente, se tiene:

$$R_1 = X_{máx} - X_{mín} = 68 - 58 = 10 \rightarrow R_1 = 10 \text{ s}$$

$$R_2 = X_{máx} - X_{mín} = 70 - 50 = 20 \rightarrow R_2 = 20 \text{ s}$$

Esto da indicios de que los tiempos de Daniela pueden ser menos dispersos que los de Bárbara. Sin embargo, no es posible concluir de inmediato: debemos disponer de más información.

2. Analiza los pasos que realiza el entrenador para comparar los tiempos de las competencias de Daniela con respecto a su tiempo promedio.

Paso 1: Calcula las desviaciones de los tiempos de Daniela, tal como se muestra a continuación:

Tiempos de Daniela

Tiempo (s)	x	64	58	68	62	65
Desviación con respecto a la media	$x - \bar{x}$	0,6	−5,4	4,6	−1,4	1,6

*La **desviación** puede ser calculada con respecto a cualquier valor, no solo con respecto al promedio.*

Paso 2: Calcula la suma de las desviaciones medias:

$0{,}6 + (-5{,}4) + 4{,}6 + (-1{,}4) + 1{,}6 = 0$

Paso 3: Calcula la **desviación media** de la siguiente manera:

$$\frac{|64 - 63{,}4| + |58 - 63{,}4| + |68 - 63{,}4| + |62 - 63{,}4| + |65 - 63{,}4|}{5}$$

$$= \frac{0{,}6 + 5{,}4 + 4{,}6 + 1{,}4 + 1{,}6}{5}$$

$$= \frac{13{,}6}{5} = 2{,}72 \text{ s}$$

*La **desviación media** permite determinar en cuánto varían, en promedio, los datos de una distribución con respecto a la media aritmética.*

a. ¿Cuáles son las desviaciones con respecto a la media aritmética en los tiempos obtenidos por Bárbara?

b. ¿Qué resultado se obtiene al sumar las desviaciones de Bárbara?, ¿es el mismo que en el caso de Daniela? ¿Qué puedes concluir al respecto?

- La **desviación de una variable x con respecto a su media aritmética** está dada por $D = x_i - \bar{x}$.
- La **desviación media** $\left(D_{\bar{x}}\right)$ corresponde a la media aritmética de los valores absolutos de las desviaciones $\left(x_i - \bar{x}\right)$ de los n datos, esto es:

Para **datos no agrupados** se tiene:

$$D_{\bar{x}} = \frac{|x_1 - \bar{x}| + |x_2 - \bar{x}| + |x_3 - \bar{x}| + \ldots + |x_n - \bar{x}|}{n}$$

Para **datos agrupados** se tiene:

$$D_{\bar{x}} = \frac{|x_{mc1} - \bar{x}| \cdot f_1 + |x_{mc2} - \bar{x}| \cdot f_2 + |x_{mc3} - \bar{x}| \cdot f_3 + \ldots + |x_{mcn} - \bar{x}| \cdot f_n}{n}$$

Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i, $\bar{x}$ es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.

3. Calcula la desviación media de los tiempos de Bárbara.

4. Según los resultados de las actividades 2 y 3, ¿qué datos son más dispersos: los de Daniela o los de Bárbara?, ¿por qué?

Si se calcula la desviación con respecto a un valor distinto de la media aritmética, ¿la sumatoria de las desviaciones es igual a cero?, ¿por qué?

5. El entrenador continúa su análisis para tomar una adecuada decisión. Para ello, sigue estos pasos:

Paso 1: Calcula la media de los cuadrados de las diferencias entre cada tiempo de Daniela y el promedio. Obtiene así la **varianza** (σ^2):

$$\sigma^2 = \frac{(64 - 63{,}4)^2 + (58 - 63{,}4)^2 + (68 - 63{,}4)^2 + (62 - 63{,}4)^2 + (65 - 63{,}4)^2}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{0{,}36 + 29{,}16 + 21{,}16 + 1{,}96 + 2{,}56}{5}$$

$$\sigma^2 = \frac{55{,}2}{5} = 11{,}04 \text{ s}^2$$

Paso 2: Calcula la raíz cuadrada del valor anterior y obtiene la **desviación estándar** (σ):

$$\sigma = \sqrt{11{,}04} \approx 3{,}32 \text{ s}$$

La **varianza** y la **desviación estándar** permiten cuantificar la dispersión dada por la desviación media.

- La varianza (σ^2) corresponde a la media aritmética de los cuadrados de las desviaciones de los n datos. Se expresa en unidades cuadradas.

Para **datos no agrupados** se tiene:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + (x_3 - \bar{x})^2 + ... + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

Para **datos agrupados** se tiene:

$$\sigma^2 = \frac{(x_{mc1} - \bar{x})^2 \cdot f_1 + (x_{mc2} - \bar{x})^2 \cdot f_2 + (x_{mc3} - \bar{x})^2 \cdot f_3 + ... + (x_{mcn} - \bar{x})^2 \cdot f_n}{n}$$

Donde x_{mci} es la marca de clase del intervalo i, $\bar{x}$ es la media aritmética de la variable, f_i es la frecuencia absoluta del intervalo i y n es el número total de datos.

- La **desviación estándar** (σ) se obtiene extrayendo la raíz cuadrada de la varianza. Se expresa en la misma unidad que la variable, por lo que nos puede dar una idea más cercana de lo disperso que es el conjunto.

¿Puede ser negativo el valor de la varianza?, ¿por qué?

a. Calcula la varianza de los tiempos de Bárbara.

b. Calcula la desviación estándar de los tiempos de Bárbara.

c. Compara la dispersión entre los datos de Daniela y los de Bárbara. ¿Dónde es mayor la dispersión?

*A **mayor dispersión,** mayor valor de la varianza; a **menor dispersión,** menor valor de la varianza.*

d. Finalmente, con toda la información obtenida acerca de los tiempos de ambas nadadoras, responde:

¿Qué decisión debe tomar el entrenador?, ¿quién debería participar en la próxima competencia: Daniela o Bárbara?