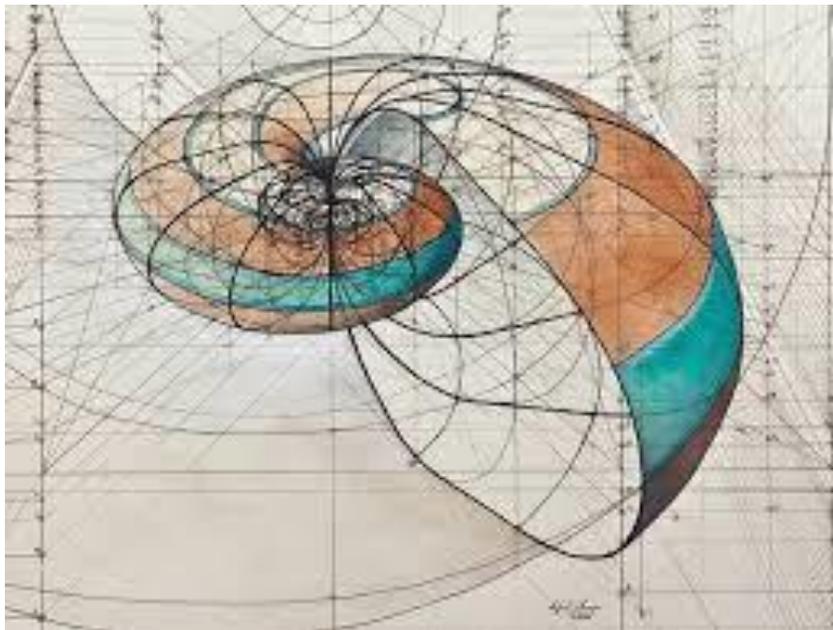


# *Matemática*

## *Primero Medio*

UNIDAD 1: Números Racionales

Clase Semana 2: Operación con fracciones y transformaciones





## RESEÑA HISTÓRICA DE LOS NÚMEROS RACIONALES

Los babilónicos utilizaban fracciones cuyo denominador era una potencia de 60, mientras que los egipcios usaron, sobre todo, las fracciones con numerador igual a 1. En la escritura, la fracción la expresaban con un óvalo, que significaba parte o partido, y debajo, o al lado, ponían el denominador; el numerador no se ponía por ser siempre 1.

Los griegos y romanos usaron también las fracciones unitarias, cuya utilización persistió hasta la época medieval. En el siglo XIII, Leonardo de Pisa, llamado Fibonacci, famoso, entre otras cosas por la serie de Fibonacci, introdujo en Europa la barra horizontal para separar numerador y denominador en las fracciones.

A principios del siglo XV, el árabe Al Kashi fue el que generalizó el uso de los números decimales tal y como los conocemos hoy. A finales del siglo XVI, Simón Steven desarrolló y divulgó las fracciones decimales que se expresaban por medio de números decimales: décimas, centésimas, milésimas, etc., pero los escribía de una forma complicada; así para 456, 765 escribía 456 (0) 7(1) 6(2) 5(3).

A principios del siglo XVII, los números decimales ya aparecieron tal y como los escribimos hoy, separando con un punto o una coma la parte entera de la parte decimal. Los números decimales se impusieron, en casi todos los países, al adoptarse el Sistema Métrico Decimal, en el siglo XVIII, concretamente en 1792.

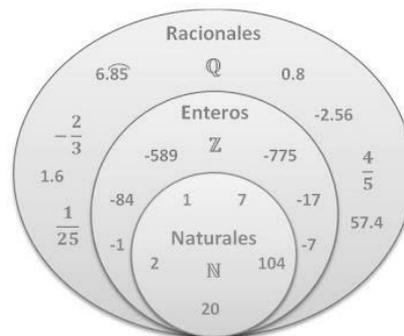
### DEFINICION CONJUNTO DE LOS NUMEROS RACIONALES:

Es el conjunto de todos los números que se pueden escribir **como fracción**, matemáticamente se define así :

$$\mathbb{Q} = \left\{ \frac{a}{b} / a, b \in \mathbb{Z} \text{ y } b \neq 0 \right\}$$

El conjunto de los Números Racionales se anota con la letra  $\mathbb{Q}$  y pertenecen los números naturales, números enteros, números decimales finitos y números decimales infinitos con periodo.

Esquema conjuntista de los números racionales:



## CARACTERISTICAS DEL CONJUNTO DE LOS NUMEROS RACIONALES

- **Es un conjunto infinito y ordenado**

Explicación:

En el conjunto existen infinitos valores que representen fracciones o decimales, por lo tanto el conjunto es **infinito**.

Es un conjunto **totalmente ordenado**, es decir, significa que existe una relación de orden y que dos elementos cualesquiera pueden ser siempre comparados entre sí usando dicha relación (Después de un número, viene otro).

- **Q es un conjunto DENSO, es decir, entre dos números racionales hay infinitos números racionales.**

Explicación:

Por ejemplo, ahora entre  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{5}{8}$  se encuentra  $\frac{8}{13}$ , entre  $\frac{3}{5}$  y  $\frac{8}{13}$  se encuentra  $\frac{11}{18}$ , etc., tenemos así  $3/5 < \dots < 11/18 < 8/13 < 5/8 < 2/3$ .

Por eso se dice que el conjunto de los racionales es un **conjunto denso**, es decir, que **entre dos números siempre existe otro**. Esto es algo que no ocurría ni en el conjunto de los naturales ni en el de los enteros.

- **Los números racionales no tienen sucesor ni antecesor**

Explicación:

Démonos un ejemplo:

0,34566666...

¿Cuál es el número que le sigue?

Dado que el conjunto es denso, se dice que no tiene ni antecesor ni sucesor.

- **El conjunto No tiene primer elemento**

Explicación:

Como el conjunto Racional es infinito, no existe primer valor de donde iniciar el conjunto.

# OPERACIONES CON FRACCIONES

## SUMA Y RESTA DE FRACCIONES DEL MISMO DENOMINADOR

- Para sumar fracciones del mismo denominador, se suman los numeradores y se deja el mismo denominador

Ejemplo

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{6} + \frac{8}{6} = \frac{4 + 3 + 8}{6} = \frac{15}{6}$$

- Para restar fracciones del mismo denominador, se restan los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo

$$\frac{9}{7} - \frac{3}{7} - \frac{1}{7} = \frac{9 - 3 - 1}{7} = \frac{5}{7}$$

### Actividad 1:

a) Calcula las siguientes sumas de fracciones.

$$\frac{12}{7} + \frac{4}{7} + \frac{20}{7} =$$

$$\frac{15}{11} + \frac{10}{11} + \frac{21}{11} =$$

---

$$\frac{21}{13} + \frac{14}{13} + \frac{10}{13} =$$

---

$$\frac{31}{17} + \frac{41}{17} + \frac{38}{17} =$$

b) Calcula las siguientes restas de fracciones.

$$\frac{23}{7} - \frac{14}{7} =$$

$$\frac{43}{11} - \frac{29}{11} =$$

---

$$\frac{89}{13} - \frac{78}{13} =$$

---

$$\frac{103}{19} - \frac{94}{19} =$$

c) Calcula las siguientes sumas y restas combinadas.

$$\bullet \frac{9}{2} + \frac{13}{2} - \left( \frac{4}{2} + \frac{1}{2} \right) =$$

$$\bullet \frac{8}{3} - \left( \frac{7}{3} - \frac{4}{3} \right) + \frac{12}{3} =$$

$$\bullet \frac{9}{7} - \frac{5}{7} + \left( \frac{3}{7} - \frac{1}{7} \right) + \frac{3}{7} =$$

$$\bullet \frac{14}{11} - \left( \frac{3}{11} + \frac{1}{11} + \frac{2}{11} \right) + \frac{8}{11} =$$

$$\bullet \frac{21}{13} - \left( \frac{4}{13} - \frac{1}{13} \right) + \frac{11}{13} + \frac{2}{13} =$$

### SUMA Y RESTA DE FRACCIONES DE DISTINTO DENOMINADOR

Metodo 1: MCM

El objetivo de sumar fracciones con diferente denominador usando este número es dejar el mismo denominador en todas las fracciones amplificándolas tanto en numerador como en denominador por el mismo número.

• Para sumar fracciones de distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador; después se suman los numeradores y se deja el mismo denominador.

Ejemplo:

$$\frac{4}{5} + \frac{1}{3} + \frac{1}{2} =$$

m.c.m. (5, 3, 2) = 30

$$\frac{4 \cdot 6}{5 \cdot 6} + \frac{1 \cdot 10}{3 \cdot 10} + \frac{1 \cdot 15}{2 \cdot 15} = \frac{24}{30} + \frac{10}{30} + \frac{15}{30} = \frac{24 + 10 + 15}{30} = \frac{49}{30}$$

• Para restar fracciones de distinto denominador, se reducen las fracciones a común denominador; después se restan los numeradores y se deja el mismo denominador:

Ejemplo

$$\frac{2}{3} - \frac{1}{4}$$

m.c.m. (3, 4) = 12

$$\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} - \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} = \frac{8}{12} - \frac{3}{12} = \frac{8 - 3}{12} = \frac{5}{12}$$

a) **Calcula las siguientes sumas de fracciones.**

$$\frac{1}{5} + \frac{4}{3} + \frac{1}{2} =$$

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{9} + \frac{3}{5} =$$

$$\frac{4}{7} + \frac{2}{4} + \frac{1}{8} =$$

$$\frac{3}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} =$$

$$\frac{3}{8} + \frac{1}{4} + \frac{3}{16} =$$

b) **Calcula las siguientes restas de fracciones.**

$$\frac{4}{5} - \frac{1}{7} =$$

$$\frac{2}{3} - \frac{4}{7} =$$

$$\frac{3}{10} - \frac{1}{12} =$$

$$\frac{9}{15} - \frac{3}{8} =$$

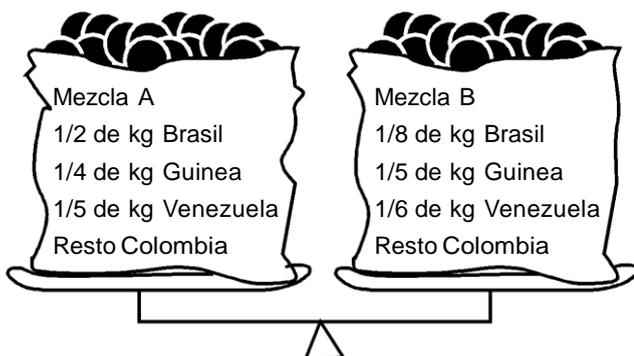
c) **Calcula las siguientes sumas y restas combinadas.**

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \left( \frac{1}{4} + \frac{1}{5} \right) =$$

$$\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \left( \frac{1}{4} - \frac{1}{8} \right) =$$

d) Juan y María mezclan café de Colombia, café de Brasil, café de Guinea y café de Venezuela en paquetes de 1 kg. Observa la fracción de kg que utilizan de cada tipo de café y calcula:

La fracción de kg que representa el café de Colombia utilizado en la mezcla A y en la mezcla B.



## TRANSFORMACIONES ENTRE REPRESENTACIONES

Existen algoritmos de transformaciones de número decimal a número fraccionario (viceversa), estos deben ser comprendidos y por sobre todo memorizados. A continuación se presentan dichos algoritmos:

Tipo	Explicación	Ejemplo
<b>Transformación de fracción a decimal</b>	Para transformar de fracción a decimal hacemos la división correspondiente a cada fracción.	$\frac{3}{5} = 3 \div 5 = 0,6$
<b>Transformación de un decimal finito a fracción</b>	Para transformar de un decimal finito a fracción se coloca la cifra completa (numero sin coma) en el numerador y en el denominador alguna potencia de 10 de acuerdo a la cantidad de cifras que haya después de la coma	$0,5 = \frac{5}{10}$
<b>Transformación de decimal infinito periódico a fracción:</b>	Para transformar un decimal infinito periódico a fracción se realizan dos pasos: 1) el numerador se forma con la cifra completa menos la parte entera 2) el denominador se forma con tantos nueves como cifras tiene el periodo	$2,\bar{3} = \frac{23-2}{9}$
<b>Transformación de decimal infinito semiperiódicos a fracción</b>	Para transformar un decimal infinito semiperiódicos a fracción se realizan dos pasos: 1) el numerador se forma con la cifra completa menos el número formado por la parte entera y el ante periodo 2) el denominador se forma por tantos nueves como cifras haya en el periodo seguido de tantos ceros como cifras haya en el ante período.	$12\bar{3}21 = \frac{12321-123}{990}$

## ACTIVIDAD

1) Transforma a números decimales, clasifica en finito o infinito periódico o semi periódico y expresa la partes de cada número decimal.

Racional	Número Decimal	Clasificación	Parte
$\frac{3}{5}$	$3 \div 5 = 0,6$	Decimal Finito	Parte entera: 0 Parte decimal: 6 Ante periodo: no tiene Periodo: no tiene
$\frac{13}{2}$			Parte entera: Parte decimal: Anteperiodo: Periodo:
$-\frac{1}{90}$			Parte entera: Parte decimal: Anteperiodo: Periodo:
$\frac{23}{9}$			Parte entera: Parte decimal: Anteperiodo: Periodo:
$-\frac{8}{5}$			Parte entera: Parte decimal: Anteperiodo: Periodo:
$\frac{6}{7}$			Parte entera: Parte decimal: Anteperiodo: Periodo:
$-\frac{1}{8}$			Parte entera: Parte decimal: Anteperiodo: Periodo:
$\frac{0}{6}$			Parte entera: Parte decimal: Anteperiodo: Periodo:

2) Transforma los siguientes **decimales finitos** a fracción.

Representación Decimal	Representación Fraccionaria	Simplificada
0,6		
2,9		
13,55		
-4,8		
-0,38		

3) Transforma a fracción los siguientes números **decimales infinitos periódicos**.

Representación Decimal	Representación Fraccionaria	Simplificada
$0,\overline{8}$		
$-0,\overline{6}$		
$15,\overline{34}$		
$1,\overline{2}$		
$-2,\overline{15}$		

4) Transforma a fracción los siguientes números **decimales infinitos semiperiódicos**.

Representación Decimal	Representación Fraccionaria	Simplificada
0,28		
25,4 $\overline{23}$		
2,3 $\overline{21}$		
-0,0 $\overline{2}$		
-1,35 $\overline{7}$		

5) Completa el cuadro con las representaciones que faltan para cada número racional

Representación decimal	Representación como fracción	Fracción irreducible
1,2 $\overline{4}$		$\frac{41}{33}$
0,4 $\overline{8}$		
2,0 $\overline{4}$		$\frac{22}{7}$
	$\frac{76}{100}$	
1,35		
0,8		